Ableitung der Gleichung von CLAUSIUS-CLAPEYRON

Step-by-Step

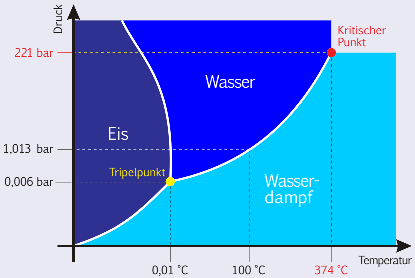
Übersicht

Anwendung der Clausius-Clapeyron-Gleichung

Zur Berechnung …

- von Phasengrenzlinien
- von ΔH aus Schmelzdruckkurven
- des Schmelzpunktes bei p_2 (T = konstant) aus p_1 und ΔH_f

Bsp.: Phasendiagramm Wasser



Abkürzungen

G	Freie Enthalpie
V	Volumen
p	Druck
S	Entropie
T	Temperatur

Ableitung
Clausius-Gleichung

$$dG = Vdp - SdT \quad (1)$$

$$dG_2 = V_2dp - S_2dT \quad \text{und} \quad V_1dp - S_1dT = dG_1 \quad (2)$$

$$V_2dp - S_2dT = V_1dp - S_1dT \quad (3)$$

$$V_2dp - V_1dp = S_2dT - S_1dT \quad (4)$$

$$(V_2 - V_1)dp = (S_2 - S_1)dT \quad (5)$$

$$\frac{dp}{dT} = \frac{S_2 - S_1}{V_2 - V_1} = \frac{\Delta S}{\Delta V} \quad (6)$$

Ableitung
Clausius-Gleichung

$$dG = Vdp - SdT \quad (1)$$

$$dG_2 = V_2dp - S_2dT \quad \text{und} \quad V_1dp - S_1dT = dG_1 \quad (2)$$

$$V_2dp - S_2dT = V_1dp - S_1dT \quad (3)$$

$$V_2dp - V_1dp = S_2dT - S_1dT \quad (4)$$

$$(V_2 - V_1)dp = (S_2 - S_1)dT \quad (5)$$

$$\frac{dp}{dT} = \frac{S_2 - S_1}{V_2 - V_1} = \frac{\Delta S}{\Delta V} \quad (6)$$

Ableitung
Clausius-Gleichung

$$\mathrm{d}G = V\mathrm{d}p - S\mathrm{d}T \quad (1)$$

$$\mathrm{d}G_2 = V_2\mathrm{d}p - S_2\mathrm{d}T \quad \text{und} \quad V_1\mathrm{d}p - S_1\mathrm{d}T = \mathrm{d}G_1 \quad (2)$$

$$V_2\mathrm{d}p - S_2\mathrm{d}T = V_1\mathrm{d}p - S_1\mathrm{d}T \quad (3)$$

$$V_2\mathrm{d}p - V_1\mathrm{d}p = S_2\mathrm{d}T - S_1\mathrm{d}T \quad (4)$$

$$(V_2 - V_1)\,\mathrm{d}p = (S_2 - S_1)\,\mathrm{d}T \quad (5)$$

$$\frac{\mathrm{d}p}{\mathrm{d}T} = \frac{S_2 - S_1}{V_2 - V_1} = \frac{\Delta S}{\Delta V} \quad (6)$$

Ableitung
Clausius-Gleichung

$$\mathrm{d}G = V\mathrm{d}p - S\mathrm{d}T \quad (1)$$

$$\mathrm{d}G_2 = V_2\mathrm{d}p - S_2\mathrm{d}T \quad \text{und} \quad V_1\mathrm{d}p - S_1\mathrm{d}T = \mathrm{d}G_1 \quad (2)$$

$$V_2\mathrm{d}p - S_2\mathrm{d}T = V_1\mathrm{d}p - S_1\mathrm{d}T \quad (3)$$

$$V_2\mathrm{d}p - V_1\mathrm{d}p = S_2\mathrm{d}T - S_1\mathrm{d}T \quad (4)$$

$$(V_2 - V_1)\,\mathrm{d}p = (S_2 - S_1)\,\mathrm{d}T \quad (5)$$

$$\frac{\mathrm{d}p}{\mathrm{d}T} = \frac{S_2 - S_1}{V_2 - V_1} = \frac{\Delta S}{\Delta V} \quad (6)$$

Ableitung
Clausius-Gleichung

$$\mathrm{d}G = V\mathrm{d}p - S\mathrm{d}T \quad (1)$$

$$\mathrm{d}G_2 = V_2\mathrm{d}p - S_2\mathrm{d}T \quad \text{und} \quad V_1\mathrm{d}p - S_1\mathrm{d}T = \mathrm{d}G_1 \quad (2)$$

$$V_2\mathrm{d}p - S_2\mathrm{d}T = V_1\mathrm{d}p - S_1\mathrm{d}T \quad (3)$$

$$V_2\mathrm{d}p - V_1\mathrm{d}p = S_2\mathrm{d}T - S_1\mathrm{d}T \quad (4)$$

$$(V_2 - V_1)\,\mathrm{d}p = (S_2 - S_1)\,\mathrm{d}T \quad (5)$$

$$\frac{\mathrm{d}p}{\mathrm{d}T} = \frac{S_2 - S_1}{V_2 - V_1} = \frac{\Delta S}{\Delta V} \quad (6)$$

Ableitung

Clausius-Gleichung

$$\mathrm{d}G = V\mathrm{d}p - S\mathrm{d}T \tag{1}$$

$$\mathrm{d}G_2 = V_2\mathrm{d}p - S_2\mathrm{d}T \quad \text{und} \quad V_1\mathrm{d}p - S_1\mathrm{d}T = \mathrm{d}G_1 \tag{2}$$

$$V_2\mathrm{d}p - S_2\mathrm{d}T = V_1\mathrm{d}p - S_1\mathrm{d}T \tag{3}$$

$$V_2\mathrm{d}p - V_1\mathrm{d}p = S_2\mathrm{d}T - S_1\mathrm{d}T \tag{4}$$

$$(V_2 - V_1)\,\mathrm{d}p = (S_2 - S_1)\,\mathrm{d}T \tag{5}$$

$$\frac{\mathrm{d}p}{\mathrm{d}T} = \frac{S_2 - S_1}{V_2 - V_1} = \frac{\Delta S}{\Delta V} \tag{6}$$

Ableitung
Clausius-Clapeyron-Gleichung

$$\frac{\mathrm{d}p}{\mathrm{d}T} = \frac{S_2 - S_1}{V_2 - V_1} = \frac{\Delta S}{\Delta V} \tag{6}$$

Mit $\Delta G = \Delta H - T\Delta S$ und $\Delta G = 0$ wird (7)

$$\Delta S = \frac{\Delta H}{T} \quad \text{und} \tag{8}$$

$$\frac{\mathrm{d}p}{\mathrm{d}T} = \frac{\Delta H}{T\Delta V} \tag{9}$$

Ableitung
Clausius-Clapeyron-Gleichung

$$\frac{\mathrm{d}p}{\mathrm{d}T} = \frac{S_2 - S_1}{V_2 - V_1} = \frac{\Delta S}{\Delta V} \quad (6)$$

$$\text{Mit } \Delta G = \Delta H - T\Delta S \text{ und } \Delta G = 0 \text{ wird} \quad (7)$$

$$\Delta S = \frac{\Delta H}{T} \quad \text{und} \quad (8)$$

$$\frac{\mathrm{d}p}{\mathrm{d}T} = \frac{\Delta H}{T\Delta V} \quad (9)$$

Ableitung

Clausius-Clapeyron-Gleichung

$$\frac{\mathrm{d}p}{\mathrm{d}T} = \frac{S_2 - S_1}{V_2 - V_1} = \frac{\Delta S}{\Delta V} \tag{6}$$

$$\text{Mit } \Delta G = \Delta H - T\Delta S \text{ und } \Delta G = 0 \text{ wird} \tag{7}$$

$$\Delta S = \frac{\Delta H}{T} \qquad \text{und} \tag{8}$$

$$\frac{\mathrm{d}p}{\mathrm{d}T} = \frac{\Delta H}{T\Delta V} \tag{9}$$

Ableitung

Clausius-Clapeyron-Gleichung

$$\frac{\mathrm{d}p}{\mathrm{d}T} = \frac{S_2 - S_1}{V_2 - V_1} = \frac{\Delta S}{\Delta V} \tag{6}$$

$$\text{Mit } \Delta G = \Delta H - T\Delta S \text{ und } \Delta G = 0 \text{ wird} \tag{7}$$

$$\Delta S = \frac{\Delta H}{T} \qquad \text{und} \tag{8}$$

$$\frac{\mathrm{d}p}{\mathrm{d}T} = \frac{\Delta H}{T\Delta V} \tag{9}$$

Ableitung

Integration der Clausius-Clapeyron-Gleichung

$$\frac{\mathrm{d}p}{\mathrm{d}T} = \frac{\Delta H}{T \Delta V} \tag{9}$$

$$\int_{p_1}^{p_2} \mathrm{d}p = \frac{\Delta H}{\Delta V} \int_{T_1}^{T_2} \frac{\mathrm{d}T}{T} \quad \text{und} \tag{10}$$

$$p_2 - p_1 = \frac{\Delta H}{\Delta V} \ln \frac{T_2}{T_1} \tag{11}$$

Ableitung

Integration der Clausius-Clapeyron-Gleichung

$$\frac{\mathrm{d}p}{\mathrm{d}T} = \frac{\Delta H}{T \Delta V} \tag{9}$$

$$\int_{p_1}^{p_2} \mathrm{d}p = \frac{\Delta H}{\Delta V} \int_{T_1}^{T_2} \frac{\mathrm{d}T}{T} \quad \text{und} \tag{10}$$

$$p_2 - p_1 = \frac{\Delta H}{\Delta V} \ln \frac{T_2}{T_1} \tag{11}$$

Ableitung

Integration der Clausius-Clapeyron-Gleichung

$$\frac{\mathrm{d}p}{\mathrm{d}T} = \frac{\Delta H}{T \Delta V} \tag{9}$$

$$\int_{p_1}^{p_2} \mathrm{d}p = \frac{\Delta H}{\Delta V} \int_{T_1}^{T_2} \frac{\mathrm{d}T}{T} \quad \text{und} \tag{10}$$

$$p_2 - p_1 = \frac{\Delta H}{\Delta V} \ln \frac{T_2}{T_1} \tag{11}$$

Quellen

Walter J. Moore, Dieter O. Hummel
Physikalische Chemie, 4. Aufl., S. 250f
Walter de Gruyter, 1986.

https://de.wikipedia.org/wiki/Phasendiagramm

https://de.wikipedia.org/wiki/Clausius-Clapeyron-Gleichung